

UFRJ

Licenciatura em Física

ELEVADOR ESPACIAL

João Henrique S. Souza

Rio de Janeiro
2019

João Henrique S. Souza

ELEVADOR ESPACIAL

Trabalho de conclusão de curso apresentado como exigência
para obtenção do grau em Licenciatura em Física da UFRJ.

Orientador: Alexandre Carlos Tort

Rio de Janeiro
2019

RESUMO

Um elevador espacial é um sistema para elevar cargas úteis e, eventualmente, pessoas da Terra para o espaço. O que está sendo considerado nesta monografia consiste em uma corda de 96.000 km de comprimento balanceada sobre o centro de massa do sistema, em órbita geostacionária (GEO) e alcançando um ponto de ancoragem na Terra. Espaçonaves movidas a eletricidade, chamadas de (ascensores), viajam para cima ou para baixo em muito menos custos (atualmente projetadas em US 250/kg) do que usando foguetes ao custo de US 22.000/kg. Além disso, o serviço que o elevador espacial fornece é uma capacidade de carga/produção de duas vezes maior do que os atuais foguetes, com efeitos ambientais tremendamente menores e um pequeno potencial para futuros detritos espaciais. Os ascensores podem continuar até a âncora no contrapeso - o ponto a 96.000km de altitude - onde sua velocidade é suficiente para uma viagem interplanetária direta.

Palavras-Chaves: elevador espacial, órbita geossíncrona, força centrífuga

ABSTRACT

A space elevator is a system to lift payloads and eventually people from Earth to space. What is being considered in this monograph consists of a 96,000-kilom,te,-long cord on balanced on the center of mass of the system, in geostationary orbit (GEO) and reaching an anchor point on Earth. Electricity-powered spacecraft, called (Elevators), travel up or down in much less costs (currently projected at US 250 / kg) than using rockets at a cost of US 22,000 / kg. In addition, the service The spacecraft provides is a loading / production capacity twice as big as current rockets, with tremendously smaller environmental effects and a small potential for future space debris. Elevators can continue to ascend in the counterweight - the 96,000km altitude point - whKre their speed is sufficient for a direct interplanetary trip.

Keywords : geosynchronous orbit, centrifugal force

Agradecimentos

Agradeço a Srta. Adriana de Freitas Brandão pela revisão gramatical e sugestões de estilo.

Lista de Figuras

1	Nanotubos de carbono	11
2	Modelo - cabo seção reta	18
3	Modelo - base maior.	21
4	Modelo - base maior	22
5	Seção reta na base.	23
6	Seção $S(x)$ no modelo invertido.	24

Sumário

1	INTRODUÇÃO	8
2	UM POUCO DA HISTÓRIA DO ELEVADOR ESPACIAL	8
3	FATORES DE RELEVÂNCIA NA ECONOMIA MUNDIAL	10
4	FATORES GEOPOLÍTICOS	10
5	O CABO	11
6	A LARGURA DO CABO	12
7	MONTAGEM DO ELEVADOR ESPACIAL	13
8	MOMENTO ANGULAR E VELOCIDADE CABO	14
9	VIAGENS A PARTIR DO CONTRAPESO	15
10	ELEVADORES ESPACIAIS EM MARTE OU NA LUA	15
11	UMA BREVE DISCUSSÃO SOBRE A PASSAGEM PELO CINTURÃO DE VAN ALLEN	16
12	NO CASO DE UM ACIDENTE OU FALHA OPERACIONAL	16
13	CONCLUSÃO	17
14	APÊNDICE : modelando o cabo, um exemplo simples	18

1 INTRODUÇÃO

Muitos projetos de elevadores espaciais já foram propostos e todos com objetivo comum de elevar cargas da terra para o espaço, com o custo muito mais barato que o envio tradicional por foguetes.

Destacamos o valor que o cabo tem, como principal componente, ainda em desenvolvimento desse projeto. E será necessário se produzir em escala industrial um cabo de nanotubos de carbono com uma resistência adequada ao projeto, para que se possa concluir o elevador espacial.

O elevador espacial consiste do cabo, ascensores, base geoestacionária e contrapeso, o cabo será enviado até a base geoestacionária por foguetes e será lançado da mesma, para terra e para o contrapeso ao mesmo tempo, sendo mantido o centro de massa na base geoestacionária.

Após a conclusão da construção o elevador poderá viabilizar a mineração espacial em outros planetas, luas e asteroides, podendo o minério ser transportado para terra a custo baixo e também poderá viabilizar a colonização em larga escala de outros planetas e luas.

2 UM POUCO DA HISTÓRIA DO ELEVADOR ESPACIAL

- No que segue, faremos um breve resumo da história do elevador espacial, para isto seguiremos a referência [5]
- Em 1895 quando um cientista russo, Konstantin Tsiolkovsky, se inspirou na Torre Eiffel em Paris para considerar uma torre que chegasse ao espaço. A torre seria construída de baixo para cima até uma altitude de 35790 km (órbita geoestacionária)[5].
- 1957 - Construir a partir do solo, entretanto, provou ser uma tarefa impossível, não havia material com resistência a tração suficiente para suportar seu próprio peso nestas condições. Outro cientista russo, Yuri N. Artsutanov, conceber um método mais prático para construir uma torre espacial. Artsutanov sugeriu o uso de um satélite geossíncrono como base para a construção da torre. Usando um contrapeso, um cabo seria baixado desde a órbita geossíncrona até superfície da Terra ao mesmo tempo em que o contrapeso seria estendido para longe da Terra, a partir do satélite, mantendo o centro de gravidade do cabo imóvel em relação à Terra. Artsutanov publicou sua ideia no suplemento dominical do Komsomolskaya Pravda em 1960. Ele também propôs que a espessura do cabo fosse variável, de forma que a tensão no mesmo fosse constante. Desta forma o cabo seria fino no nível do chão, ficando mais espesso à medida que se avançasse em direção à GEO[5].
- 1966 - Quatro engenheiros americanos decidiram determinar que tipo de material seria necessário para construir um elevador espacial, assumindo que seria um cabo contínuo sem variações na sua seção transversal. Eles descobriram que a resistência necessária seria o dobro da de qualquer material existente na época, incluindo grafite, quartzo, e o diamante[5].
- 1975 - Um cientista americano, Jerome Pearson, projetou uma sessão escalonada que melhor funcionaria na construção do elevador. O cabo completo seria mais espesso na

órbita geossíncrona, onde a tensão seria maior, e mais fino nas pontas para reduzir a quantidade de peso por unidade de área da seção transversal que qualquer ponto do cabo teria que suportar. Ele sugeriu usar um contrapeso que seria lentamente estendido além dos 144 000 km (quase metade da distância até a Lua) conforme a porção inferior do elevador seria construída. Sem um grande contrapeso, a porção superior do cabo teria que ser maior que a porção inferior devido á forma com que a atração gravitacional e a força centrífuga mudam com a distância da Terra. Sua análise incluiu distúrbios como a gravidade da Lua, vento e cargas subindo e descendo pelo cabo. A massa de material necessário para construir o elevador iriam exigir milhares de viagens do ônibus espacial, mesmo que parte do material poderia ser transportado para cima pelo próprio elevador quando uma certa quantia mínima de cabos atingissem o solo, ou fosse fabricado no espaço a partir de minérios de asteroides ou lunares[5].

- 1978 - Arthur C. Clarke introduziu o conceito do elevador espacial a uma audiência maior no seu romance de 1978, *The Fountains of Paradise* (As Fontes do Paraíso), no qual engenheiros constroem um elevador espacial no topo de um pico de uma montanha na ilha fictícia de Taprobana (que era um dos primeiros nomes do Sri Lanka)[5].
- 2003 - Outro cientista americano, Bradley C. Edwards, sugeriu a criação de uma fita de 100.000 quilómetros de comprimento, com a espessura do papel, que poderia ter uma grande chance de sobreviver ao impacto de meteoros. O trabalho de Edwards foi expandido para cobrir: o cenário da construção, o projeto do ascensor, o sistema de energia, como evitar debris orbitais, sistema de ancoragem, como resistir ao oxigénio atómico, como evitar raios e furacões ao localizar a âncora no Pacífico Equatorial Ocidental, custos de construção, cronograma da construção, e perigos ambientais. O maior empecilho para o projeto proposto por Edwards são os limites tecnológicos para o material do cabo. Os seus cálculos pedem uma fibra composta de nanotubos de carbono unidas por cola epoxy com uma resistência à tensão mínima de 130 GPa (incluindo um fator de segurança de 2)[5].
- 2005 - O LiftPort Group de companhias de elevador espacial anunciou que construirá uma planta de manufatura de nanotubos de carbono em Millville, Nova Jersey, para fornecer companhias de vidros, plástico e metais com estes fortes materiais. Apesar da LiftPort ter esperanças de eventualmente usar nanotubos na construção de um elevador espacial de 100.000 km, esta ação permitirá que tenha lucros a curto prazo e conduza pesquisas e desenvolvimentos em novos métodos de produção. Em 9 de Setembro o grupo anunciou que obtiveram permissão da Federal Aviation Administration para usar o espaço aéreo para conduzir testes preliminares com os seus ascensores robóticos de alta altitude. A experiência foi um sucesso[5].
- Em 13 de fevereiro de 2006, o LiftPort Group anunciou que no início do mesmo mês eles testaram uma milha de cabo de elevador espacial feito de um composto de fibras de carbono e fibra de vidro medindo 5 cm de largura e 1 mm de espessura, elevado por balões[5].

3 FATORES DE RELEVÂNCIA NA ECONOMIA MUNDIAL

O grande legado da construção de um elevador espacial, seria a redução drástica no preço do envio de materiais para o espaço, não apenas o envio como também o retorno de material para terra. As previsões otimistas, de que a redução de custos de envio para o espaço utilizando foguetes, se reduziria de US 20.000 por kg para US 200 por kg o que seria em termos econômicos uma grande conquista.

A conclusão de um elevador espacial, tornaria possível a colonização de outros planetas e luas. Não apenas utilizando o elevador espacial para transportar seres humanos, o que para muitos seria secundário. A grande vantagem de se dominar um equipamento dessa magnitude seria transportar grandes quantidades de cargas para o espaço. O que viabilizaria a construção de grandes estações espaciais, que serviriam de ponto de partidas para construir cidades habitáveis em outras luas e planetas. Não menos importante do que colonizar novos mundos o elevador espacial, abriria a possibilidade da mineração espacial. Poderia com o domínio dessa tecnologia se minerar planetas, luas e asteroides inteiros. Os asteroides em particular, seriam capturando em orbitas dentro e fora do sistema solar e esse minério seria levado de volta para terra pelo elevador e até mesmo para cidades construídas fora do planeta. Talvez essa possa ser a solução para grande parte dos problemas ambientais enfrentados no planeta azul.

Caso algum país ou organização, domine essa tecnologia levaria extrema vantagem sobre as outras devido a todos os fatores discutidos nos parágrafos acima. Experiências anteriores demonstram que um equipamento de tal importância jamais seria construído por apenas um país ou organização do globo. Sendo preciso para isso a união de esforços entre países e empresas para conclusão de um feito de tamanha magnitude.

4 FATORES GEOPOLÍTICOS

Uma questão importante a ser levada em consideração e que gera algumas dúvidas sobre os aspectos geopolíticos, seria sobre que país ou países e até mesmo organizações irão tomar a frente da construção do elevador espacial. Tendo em vista a vantagem que o país pioneiro levaria em relação a outros que não a dominarem.

O país ou organização que controlar o elevador espacial, dominaria a mineração espacial e também a colonização de outros planetas e luas. Sabemos do grande valor monetário de se explorar a mineração espacial e dos interesses econômicos que podem viabilizar a implementação do projeto.

A segurança do elevador espacial é um fator de extrema importância, em caso de um conflito entre países, o elevador espacial seria um alvo fácil. Apesar do seu alto custo operacional, não é possível abandonar a tecnologia de foguetes, pois como o elevador espacial é vulnerável a guerras e ataques terroristas, não seria seguro, ter somente essa tecnologia disponível sem nenhuma redundância, que fosse capaz de exercer a mesma atividade mesmo com o preço de dezenas de vezes mais elevado.

5 O CABO

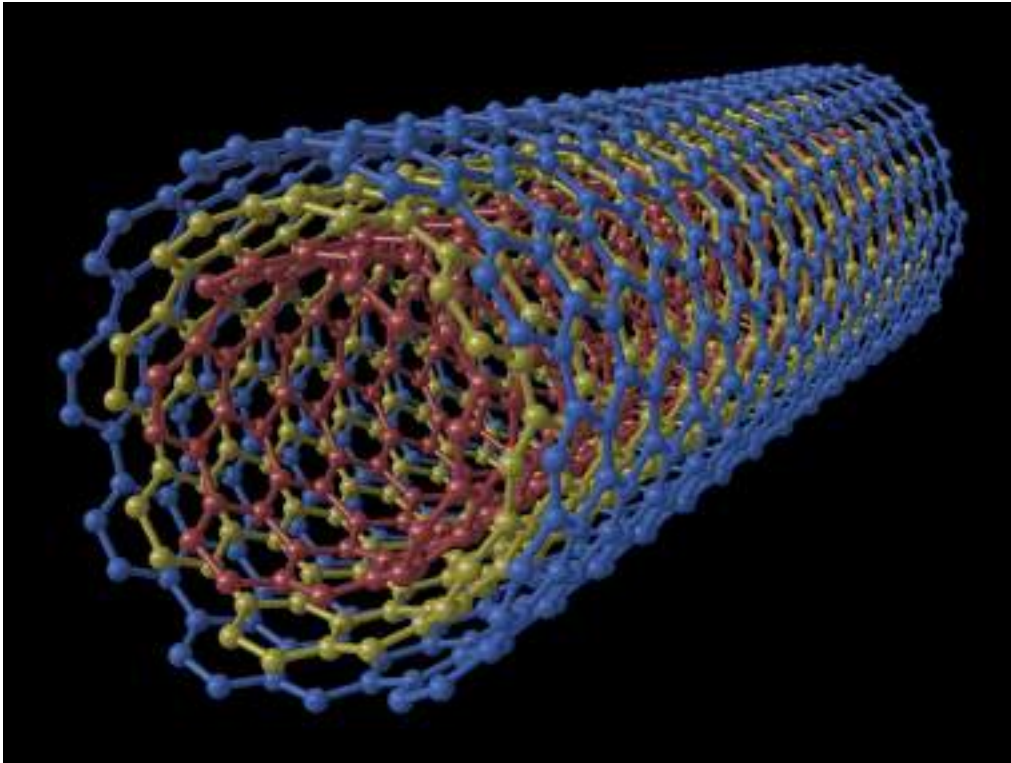


Figura 1: Nanotubos de carbono

No que segue, faremos um breve introdução ao cabo, para isso seguiremos a referência[5]. A construção do cabo deve ser realizada com um material que tenha uma tensão de ruptura muito elevada, que garanta a sustentação do elevador espacial em órbita. Segundo especialista o elevador espacial é economicamente viável se um cabo, feito de nanotubos de carbono tiver uma tensão de ruptura entre 65-120 GPa, possa ser produzido em escala industrial a custo baixo.

Podemos comparar algumas tensões de rupturas de materiais diferentes, como o aço, que dependendo do tipo tem uma tensão de ruptura que pode variar entre 2GPa até 4,5 GPa, dependendo do tipo do aço em questão. Como outro exemplo também podemos citar conforme tabela abaixo o nylon que tem uma tensão de ruptura de 78 MPa e um comprimento de ruptura de 7.04 km, ou seja se suspendermos o nylon a 7.04 km ele se romperia sob seu próprio peso no ponto mais alto. Assim como o Titânio que tem uma tensão de ruptura de 1300 MPa e um comprimento de ruptura de 29.4 km e também a seda de aranha com uma tensão de ruptura de 1400MPa e comprimento de ruptura de 109 km e por último os nanotubos de carbono que para o elevador espacial é o material mais importante devido a sua resistência ser compatível com as necessidades só projeto. Os nanotubos tem uma tensão de ruptura de 62GPa e comprimento de ruptura de 5.000 km, condições que são satisfatórias para viabilizar um projeto inicial.

Alguns estudos teóricos sugerem que os nanotubos de carbono possam atingir uma tensão de ruptura de 120 GPa sendo preciso desenvolver mais pesquisas na área de desenvolvimento do cabo na física da matéria condensada, química e engenharia de materiais. Muitos testes

estão sendo feitos em centros de pesquisas e também já existem empresas que estão começando a viabilizar a fabricação do cabo em larga escala, cito como exemplo a liftprot[4] como uma pioneira na fabricação em larga escala do cabo de nanotubos de carbono.

6 A LARGURA DO CABO

No projeto do elevador espacial, é importante considerar a largura do cabo e otimizar o projeto de modo a ser obter a melhor relação custo benefício para a produção do cabo em larga escala. Devido a grande extensão do cabo de 96.000 km, considerando toda sua extensão da ancoragem na terra até contrapeso. Consideramos para esse trabalho um modelo de cabo com seção transversal variável, para toda sua extensão.

A proposta seria produzir um cabo como sugerido na equação que segue abaixo. Com o menor diâmetro possível na base, por uma questão de custo e mantendo a segurança do projeto. Conforme mostrado na equação do cálculo da seção reta do cabo em função da altura, o cabo teria uma menor seção transversal na base e conforme a sua altura aumenta em direção a órbita geoestacionária, a sua seção transversal, também aumenta até atingir a estação geoestacionária e diminuindo conforme o comprimento aumenta até o contrapeso.

A resultante disso seria a construção de um cabo com seção reta variável ao longo, do seu comprimento conforme os cálculos demonstrados no Apêndice 1, desse trabalho de fim de curso. Que exemplifica 3 proposta de modelo de cabo para o elevador espacial, sendo o cabo com seção reta menor na base a melhor opção para o elevador espacial que tem sua seção reta variável que cresce em uma função exponencial que é calculada pela expressão abaixo:

$$S(x) = S_0 \exp \left[\frac{\rho g_0 r_0}{\sigma} \left(\frac{1}{x} - 1 \right) + \frac{a_0}{2g_0} (x^2 - 1) \right],$$

onde $S(x)$ é a área da seção transversal reta em função da distância do cabo. As constantes nesta equação são:

- S_0 Área da seção transversal do cabo na ancoragem na Terra.
- ρ Densidade do material.
- σ Resistência do material.
- ω Frequência de rotação da Terra $7.29 \times 10^{-5} \text{ rad s}^{-1}$.
- r_0 Raio da terra 6378 km.
- g_0 Aceleração gravitacional 9.8 m.s^{-2} .

Tabela 1: Tensão de ruptura

Material	Resistência à tração (MPa)	Comprimento de ruptura em km
Nylon	78	7,04
Liga de alumínio	600	21,8
Aço inoxidável	2000	25,9
Titanium	1300	29,4
Seda de aranha	1400	109
Kevlar	3620	256
Zylon	5800	384
Carbon nanotube	62000	5000

Para exemplificar, que não seria possível utilizar qualquer material para construção do elevador espacial, podemos utilizar o exemplo do aço. Se consideramos um diâmetro de 1cm na base do cabo a expressão exponencial obtida no apêndice 1 demonstra que o cabo teria na órbita geoestacionária centenas de quilômetros de diâmetro. Não sendo assim possível qualquer material ser utilizado na construção.

Algumas possibilidades possíveis para o melhoramento do cabo seria, lançar o cabo de uma torre bem alta ou em uma montanha, o que possibilitaria um cabo de menor seção transversal na base, uma outra possibilidade de melhoramento é reduzir ao máximo a área na base e a melhor opção de melhoramento do cabo é aumentar o máximo sua resistência ou tensão de ruptura.

7 MONTAGEM DO ELEVADOR ESPACIAL

Um foguete levará a primeira parte do elevador espacial, (base geoestacionária) até uma órbita baixa. Em seguida novos foguetes serão lançados, trazendo mais equipamento e cabos. Então ele expandirá a órbita baixa até uma órbita geoestacionária numa altura de 36.000 km de distância da terra.

Depois que os equipamentos no primeiro momento lançados na órbita baixa expandirem até a órbita geoestacionária, começa o lançamento do cabo simultaneamente. Um em direção a terra e outro em direção ao contrapeso. Uma pequena consideração sobre o lançamento simultâneo do cabo é necessária. E se trata de uma operação muito complexa, pois o cabo em direção ao contrapeso deve ser lançado com aproximadamente o dobro da velocidade do cabo que é lançado em direção a terra. Isso se justifica pelo fato do centro de massa do elevador espacial ter sempre que ser mantido, na estação geoestacionária e os cabos devem atingir ao mesmo tempo a base na terra e a altura do contrapeso que está a 96.000 km de distância da terra ou 60.000 km de distância da base geoestacionária. Por isso a velocidade do cabo que vai em direção ao contrapeso ser maior.

A espaçonave que levará o cabo da base geoestacionária até 96.000 km órbita em que o contrapeso estará ancorado, servirá como o contrapeso do elevador espacial e a nave que levará o cabo até a base na terra será uma nave de transporte apenas pois o cabo na base na terra será ancorado, em uma plataforma no mar.

Logo após o lançamento do cabo inicial, o mesmo será reforçado a partir dos cabos já lançados e conseqüentemente serão colocadas as estações intermediárias em suas posições. E

logo após essas etapas serem concluídas o elevador espacial entrara em operação.[8]

8 MOMENTO ANGULAR E VELOCIDADE CABO

Para efeito de comparação em relação a alguns parâmetros abordados na mecânica clássica, podemos perceber que conforme o comprimento do cabo aumenta em relação a terra, a velocidade de cada ponto do cabo, aumenta com a altitude em relação ao seu ponto anterior. O cabo não ganha apenas velocidade horizontal, mas também momento angular e esse momento é fornecido pela própria rotação da terra.

Como o cabo está esticado sempre a cima do mesmo ponto sobre a terra, em orbitas maiores, sua velocidade horizontal sempre será maior do que qualquer ponto numa orbita mais baixa. Como o cabo sempre estará em cima do mesmo ponto sobre a terra, o raio da orbita aumenta e consequentemente para se manter sobre o mesmo ponto sobre a terra, sua velocidade linear horizontal deve aumentar conforme $V_{linear} = \frac{2\pi R}{T}$, um bom exemplo a ser apreciado, segue na tabela abaixo. Que compara a velocidade orbital com a velocidade linear do cabo em relação a diversos raios de orbitas.

Tabela 2: Velociade orbital X Velocidade do cabo

Alt. km (+ 6371 km do raio da Terra)	Velocidade orbital km/s	Velocidade do cabo km/s	Delta -V km/s
0	7,9	0,47	-7,4
5.000	5,9	0,83	-5,1
10.000	4,9	1,2	-3,7
20.000	3,9	1,9	-2,0
23.000	3,7	2,1	-1,6
36.000	3,1	3,1	0,0
50.000	2,7	4,1	1,4
100.000	1,9	7,8	5,9

9 VIAGENS A PARTIR DO CONTRAPESO

A altura do contrapeso é de 96.000 km. No fim da torre, a velocidade linear horizontal é de 26.874,18 Km/h, com essa velocidade, qualquer espaçonave tem energia para viajar para os planeta mais distantes do sistema solar. A conservação do momento angular entre elevador espacial e a espaçonave garante isso. seria como um atleta olimpico arremessar uma bola de baseball em um jogo de campeonato[5].

Como a massa da espaçonave lançanda deixa de fazer parte do elevador espacial. O elevador volta a sua posição de equilibrio original, não perdendo a sua estabilidade. Comparando a massa da espaçonave lançada com a massa total do elevador espacial verificamos que esse diferença é muito pequena para causar qualquer desequilibrio no sistema como um todo. [5].

10 ELEVADORES ESPACIAIS EM MARTE OU NA LUA

Com a mesma tecnologia utilizada para construir um elevador espacial na terra, podemos construir um elevador espacial em Marte ou na Lua. Com uma grande vantagem em relação a construção na terra devido a menor gravidade e da Lua e de Marte e no caso da Lua uma massa muito menor, seria muito mais rápido e barato realizar a construção do elevador espacial no satélite natural e no planeta vizinho da terra.

No caso de Marte que tem a metade do raio da terra, uma aceleração gravitacional de $3,71 \frac{m}{s^2}$ ou seja 2,6 vezes menor que a gravidade da terra e uma orbita geoestacionária de 17.002 km, o principal empecilho seria a sua lua Fobos que se encontra numa orbita baixa a 6.000 km de altura. Segundo Arthur Clarke em seu livro As Fontes do Paraíso[1], ele sugere que Fobos não passa exatamente pelo mesmo plano do elevador e se fosse preciso bastaria regular os períodos naturais de vibração, que podem ser calculados com a mesma exatidão das órbitas planetárias para evitar uma possível colisão. Considerando apenas o contesto econômico, devido a menor distancia geoestacionária e a menor gravidade, os custos com cabos e equipamentos se comparado ao elevador espacial terrestre, seria extremamente reduzido.

Em relação a Lua, também teríamos uma redução nos custos da construção do elevador espacial, com uma aceleração gravitacional de $1,62 \frac{m}{s^2}$ e um raio de 1.737 km. os custos da construção seriam, muito reduzido em relação ao elevador espacial terrestre.

11 UMA BREVE DISCUSSÃO SOBRE A PASSAGEM PELO CINTURÃO DE VAN ALLEN

O cinturão de Van Allen é o nome dado ao campo magnético gerado pelas correntes elétricas que circulam no interior da Terra. Uma observação importante sobre o cinturão de Van Allen são: suas camadas mais internas estão numa altitude entre 1.000 km e 5.000 km e a sua segunda camada se encontra numa altitude entre 15.000 km e 25.000 km.

Esse cinturão de linhas de campo magnético, mais conhecido como cinturão de Van Allen, a princípio não seria um problema eminente para os ascensores do elevador espacial, quando esses estiverem transportando apenas cargas e equipamentos.

Em relação aos seres humanos, quando transportados pelo elevador espacial, e o mesmo passar por essa região. Não haveria nenhum problema, pois os ascensores terão uma blindagem, para a radiação e para os efeitos magnéticos do cinturão. Como os ascensores, tem um formato de caixa retangular, teremos um efeito de gaiola de Faraday, evitando assim os efeitos eletromagnéticos no interior da caixa. Não havendo riscos, para seres humanos no seu interior. Assim como astronautas não sofrem nenhum dano quando passam por essa região, em alta velocidade dentro de foguetes.

12 NO CASO DE UM ACIDENTE OU FALHA OPERACIONAL

Todo grande empreendimento, está sujeito a falhas e avarias de diversas magnitudes e sob o efeito das condições de contorno a qual o sistema se encontra. Para esse trabalho de fim de curso, avaliaremos algumas possíveis falhas que podem ocorrer durante a montagem e a operação do elevador espacial.

É importante lembrar, que a montagem do elevador espacial não será tarefa fácil e nesta fase como todo grande projeto de engenharia, podem ocorrer diversas falhas e acidentes devido ao pioneirismo do projeto e desafios a serem superados como o lançamento do cabo ao mesmo tempo em direção ao contrapeso e a base, tendo que se manter o centro de massa na base geoestacionária e sincronizando a descidas dos cabos em distancias diferente. Gerenciar tantas variáveis ao mesmo tempo, não é tarefa fácil e qualquer descuido pode causar acidentes ou danos e até mesmo inviabilizar o projeto.

Consideraremos agora algumas possibilidades devido a falhas por rupturas no cabo ocasionadas por choque com meteoritos ou falhas no cabo ou algum equipamento e também possibilidade de desprendimento de algum componente do elevador espacial em algum nível do mesmo.

Na possibilidade da falha ser próxima a base ancorada na terra, em decorrência da ruptura do cabo. O caso seria todo levado a orbita geoestacionária, como justificativa pra esse fato, a centrifuga ser maior que a força gravitacional. Para que o elevador espacial se mantenha estável ele precisa está sob tensão ou seja a força centrifuga que atua no contrapeso deve ser maior que a força gravitacional que atua na parte de baixo do cabo, isso explica o motivo do contrapeso está a uma distancia de 96.000 km a uma distancia de 60.000 km da base geoestacionária.

Considerando uma ruptura no cabo entre 20.000km e 30.000km, devido a velocidade linear

de cabo ponto do cabo ser menor que a velocidade orbital nessa região, a parte de baixo do cabo ira cair para terra. O cabo na parte de baixo, não teria velocidade para orbitar e devido sua massa não ser grande e está distribuída ao longo do seu comprimento, não seria consumido na reentrada para terra. Já a parte de cima da ruptura do cabo seria lançada para orbitas superiores.

Caso o corte seja logo acima da base geoestacionária, a parte de baixo do cabo cairia em direção a terra junto com a estação geoestacionária, que queimaria na reentrada na atmosfera terrestre. Nessa caso deve existir algum sistema de escapa rápido para seres humanos abordo da estação como capsulas de salvamento, com capacidade de reentrada em segurança no planeta.

13 CONCLUSÃO

Concluimos que o elevador espacial, apesar de ser uma estrutura teórica, e ainda com diversos desafios tecnológicos, a serem superados pela engenharia de uma forma geral, em especial para engenharia de materiais. É possível ser construído e implementado num futuro próximo. Permitindo uma grande redução no custo de transporte de cargas para o espaço. Assim viabilizando a colonização de outros planetas e também a mineração em larga escala. Existem algumas industrias, pesquisando, projetando e fabricando de forma experimental o cabo feito de nanotubos de carbono [4]. Essas indústrias estão, conseguindo avanços e em pouco tempo, esperamos que o objetivo seja concluído. Também existe uma empresa Japonesa [8] fazendo o projeto completo do elevador espacial, incluindo os ascensores, estação geoestacionária e do contrapeso. Estudos complementares serão necessários. Assim como há construção do projeto, precisa ser financiada. Há previsão de conclusão do elevador espacial é para 2050. Acredita-se que com o passar do tempo e com o avanço da tecnologia, todas as dificuldades do projeto sejam superadas, e o elevador espacial seja concluído.

14 APÊNDICE : modelando o cabo, um exemplo simples

Neste apêndice damos três exemplos de cálculo de seção reta de um cabo espacial.

Seção reta constante

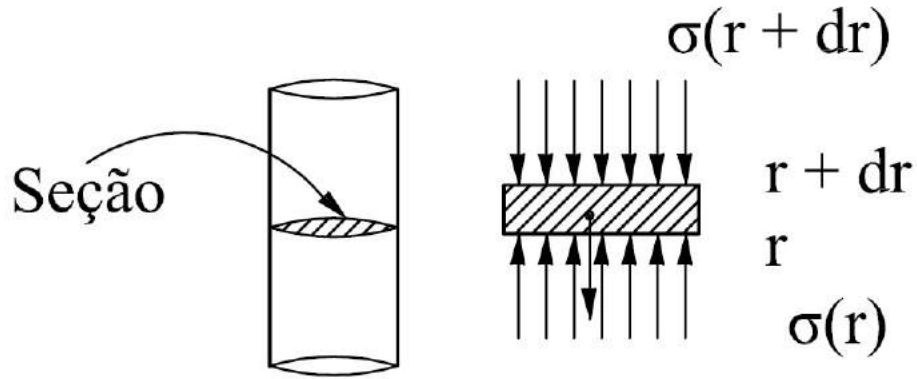


Figura 2: Modelo - cabo seção reta

$$-[\sigma(r + dr) - \sigma(r)]S = dm g,$$

onde a tensão tem dimensões de força/unidade de área, isto é: $[\sigma] = \text{N/m}^2$. O elemento de massa dm pode ser escrito na forma:

$$dm = \rho S dr,$$

onde ρ é a densidade de massa, $S = \text{cte}$, é a seção reta do cabo, e dr a sua espessura. .

$$-[\sigma(r + dr) - \sigma(r)] = d\sigma;$$

$$d\sigma = -\rho g_{ef} dr = -\rho \left(-\frac{GM}{r^2} + \omega^2 r \right) dr;$$

onde:

- $g = -\frac{GM}{r^2}$ aceleração gravitacional;
- $a_0 = \omega^2 r$ é a aceleração centrífuga.

O *stress* total é

$$\int d\sigma = \sigma = - \int \rho g_{ef} dr;$$

$$\sigma = -\rho \int \left(\frac{-GM}{r^2} + \omega^2 r \right) dr.$$

Efetando esta integral,

$$\sigma = -\rho \left(\frac{-GM}{r} + \frac{\omega^2 r^2}{2} \right) + c,$$

quando $r = r_0$; $r_0 \rightarrow$ raio da terra, $\sigma(r_0) = \sigma_0$ (na sup. da Terra)

$$\sigma_0 = -\rho \left(\frac{-GM}{r_0} + \frac{\omega^2 r_0^2}{2} \right) + c;$$

$$C = \sigma_0 + \rho \left(\frac{GM}{r_0} + \frac{\omega^2 r_0^2}{2} \right)$$

$$\sigma - \sigma_0 = \rho \left(\frac{GM}{r_0} + \frac{\omega^2 r_0^2}{2} \right) - \rho \left(\frac{GM}{r} + \frac{\omega^2 r^2}{2} \right).$$

Fazendo a divisão de $\sigma - \sigma_0$ por ρ que está no lado direito da equação

$$\frac{\sigma - \sigma_0}{\rho} = \left(\frac{GM}{r_0} - \frac{GM}{r} \right) + \left(\frac{\omega^2 r_0^2}{2} - \frac{\omega^2 r^2}{2} \right)$$

$$\frac{\sigma - \sigma_0}{\rho} = GM \left(\frac{1}{r_0} - \frac{1}{r} \right) + \frac{\omega^2}{2} (r_0^2 - r^2)$$

rearranjando o lado direito da equação em função de r_0

$$\frac{\sigma - \sigma_0}{\rho} = \frac{GM}{r_0} \left(1 - \frac{r_0}{r} \right) + \frac{\omega^2 r_0^2}{2} \left(1 - \frac{r^2}{r_0^2} \right) >$$

Fazendo $x = \frac{r}{r_0}$

$$\frac{\sigma - \sigma_0}{\rho} = \left[\frac{GM}{r_0} \left(1 - \frac{1}{x} \right) + \frac{\omega^2 r_0^2}{2} (1 - x^2) \right]$$

fazendo $a_0 = \omega^2 r_0$

$$\frac{\sigma - \sigma_0}{\rho} = \left[\frac{GM}{r_0} \left(1 - \frac{1}{x} \right) + \frac{a_0 r_0}{2} (1 - x^2) \right]$$

dividindo ambos os lados por $\frac{GM}{r_0}$

$$\frac{(\sigma - \sigma_0)r_0}{\rho GM} = \left[\left(1 - \frac{1}{x} \right) + \frac{a_0 r_0^2}{2GM} (1 - x^2) \right],$$

fazendo $g_0 = \frac{GM}{r_0^2}$ temos:

$$\frac{(\sigma - \sigma_0)r_0}{\rho GM} = \left[\left(1 - \frac{1}{x}\right) + \frac{a_0}{2g_0}(1 - x^2) \right].$$

Sendo assim teremos o resultado adimensional:

$$\sigma^* = \left[\left(1 - \frac{1}{x}\right) + \frac{a_0}{2g_0}(1 - x^2) \right]$$

com

$$x = \frac{r}{r_0}; \quad 1 \leq x < \infty.$$

Modelo para seção reta variável e *stress* constante

Modelo com seção reta variável para toda extensão do cabo. Sendo considerado nesse modelo, o cabo com seção reta maior na base, isto é, para $r = r_0$ [3].

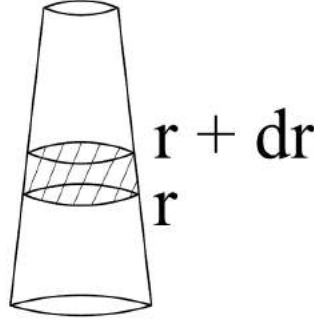


Figura 3: Modelo - base maior.

$$-[\sigma S(r + dr) - \sigma S(r)] = dm g_{ef}$$

tendo $dm = \rho S(r) dr$ temos,

$$\begin{aligned} -\sigma dS &= \rho g_{ef} S(r) dr \\ \frac{dS}{S} &= -\frac{\rho}{\sigma} \left(-\frac{GM}{r^2} - \omega^2 r \right) dr \end{aligned}$$

colocando $\frac{GM}{r^2}$ nos 2 termos do lado direito,

$$\frac{dS}{S} = -\frac{\rho}{\sigma} \left(-\frac{GM}{r_0^2} \frac{r_0^2}{r^2} + \frac{GM}{r_0^2} \frac{\omega^2 r}{GM \frac{1}{r_0^2}} \right) dr,$$

que podemos expressar em função de r_0 ,

$$\frac{dS}{S} = -\frac{\rho}{\sigma} \left(-\frac{GM}{r_0^2} \frac{r_0^2}{r^2} + \frac{GM}{r_0^2} \frac{\omega^2 r_0}{GM \frac{1}{r_0^2}} \frac{r}{r_0} \right),$$

colocando $\frac{GM}{r_0^2}$ em evidencia e substituindo a_0 e g_0 na equação,

$$\frac{dS}{S} = -\frac{\rho}{\sigma} \frac{GM}{r_0^2} \left(-\frac{r_0^2}{r^2} + \frac{a_0}{g_0} \frac{r}{r_0} \right) dr.$$

Introduzindo o parâmetro $x = \frac{r}{r_0}$,

$$\frac{dS}{S} = -\frac{\rho}{\sigma} g_0 \left(-\frac{1}{x^2} + \frac{a_0}{g_0} x \right) dr$$

integrando de S até S_0 ,

$$\begin{aligned}\int_{S_0}^S \frac{ds'}{s'} &= \ln\left(\frac{S}{S_0}\right) = \frac{-\rho g_0 r_0}{\sigma} \left(-\frac{1}{x'} + \frac{a_0}{2g_0} x'^2\right)_1^x \\ &= \frac{-\rho g_0 r_0}{\sigma} \left[\left(\frac{1}{x} - 1\right) + \frac{a_0}{2g_0} (x^2 - 1)\right].\end{aligned}$$

Invertendo,

$$S(x) = S_0 \exp \left[-\frac{\rho g_0 r_0}{\sigma} \left(\frac{1}{x} - 1 \right) + \frac{a_0}{2g_0} (x^2 - 1) \right],$$

onde $S(x)$ é a área da seção transversal como função da distância ao centro da Terra. As constantes nesta equação são:

- S_0 é a área transversal do cabo na superfície da Terra.
- ρ é a densidade do material do qual o cabo é feito.
- σ é a resistência à tração do material.
- ω é a frequência de rotação da Terra em torno de seu eixo $7.292 \times 10^{-5} \text{ rad.s}^{-1}$.
- r_0 é a distância entre o centro da terra e a base do cabo. É aprox. o raio equatorial da Terra 6378 km.
- g_0 é a aceleração devido à gravidade na base do cabo, $9,780 \text{ m.s}^{-2}$.

Definindo: $x = \frac{r}{r_0}$, e $a_0 = \omega^2 r_0$, temos para $x = 1$; isto é $r = r_0$, $S(1) = S_0$.

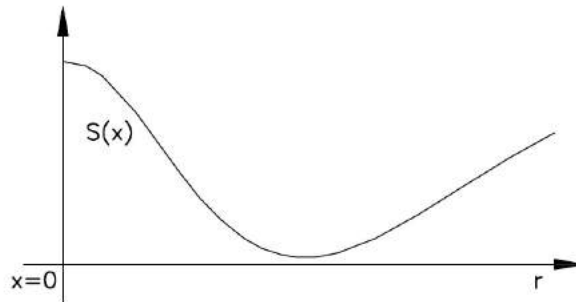


Figura 4: Modelo - base maior

Modelo invertido

Esse modelo onde o cabo tem seção reta menor na base e conforme se aproxima da estação geoestacionária, sua espessura aumenta. É considerado o melhor modelo para construção do elevador espacial. Neste caso,

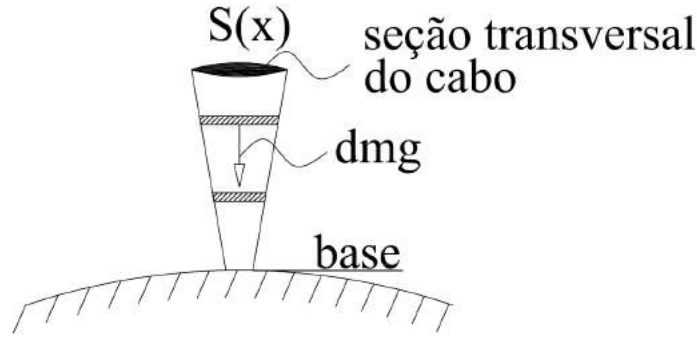


Figura 5: Seção reta na base.

$$S(r) < S(r + dr),$$

e, em equilíbrio estático:

$$\sigma(r + dr) - \sigma(r) = dm g$$

Procedendo de forma análoga à solução anterior e invertendo o sinal pois o cabo tem seção reta menor na ancoragem na Terra, obtemos

$$S(x) = S_0 \exp \left[\frac{\rho g_0 r_0}{\sigma} \left(\frac{1}{x} - 1 \right) + \frac{a_0}{2g_0} (x^2 - 1) \right],$$

para $1 \leq x < \infty$. Na Figura 6, traçamos o esboço da $S(x)$.

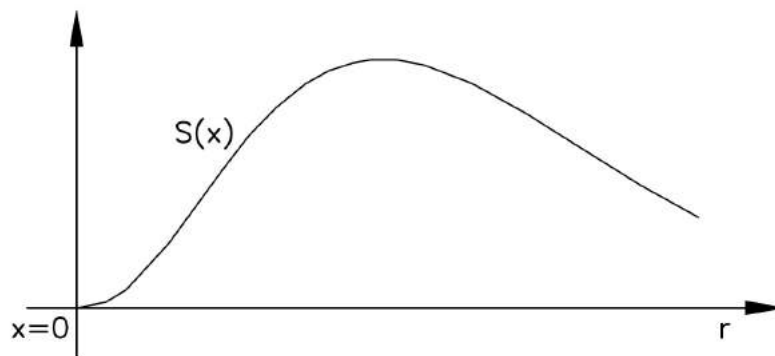


Figura 6: Seção $S(x)$ no modelo invertido.

Referências

- [1] Clarke, Arthur C., *As fontes do paraíso* Editora ALEPH 1979.
- [2] Taylor, John R. *Mecânica Clássica* Editora Bookman, Porto Alegre 2013.
- [3] Tort, Alexandre C. *A simple model for the normal stress distribution of the Great Pyramid* Rev. Brás. En. Fís. **38** n. 4 44701 2016. .
- [4] <http://www.liftport.com>.
- [5] [Wikipedia: Space elevator](#).
- [6] <https://www.youtube.com/TEDX>.
- [7] [Palestra AuzeYKE](#).
- [8] <https://www.obayashi.co>.